Eksamen i

AFA 6 PORTEFØLJESTYRING OG KAPITALMARKEDSTEORI

Torsdag 6. desember 2007

Eksamenstid: 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: De generelle + kalkulator
Eksamensoppgaven består av 4 oppgaver over 3 sider. Alle oppgavene skal besvares.
Siste to sider inneholder enkelte formler som kan være nyttige, og normalfordelingen.

OPPGAVE 1: Porteføljeanalyse (max 55 min)

En investor har følgende oppfatning om forventet avkastning og risiko for en veldiversifisert aksjeportefølje A og en obligasjonsportefølje B:

	Aksjer (A)	Obligasjoner (B)
Forventet avk.	9,0 %	5,50 %
Standardavvik	16,0 %	5,00 %
Korrelasjon A:B		0,30

a) Vis at minimum-varians porteføljen (MV) er investert 100 % i obligasjoner. Skisser porteføljefronten, og antyd lokaliseringen av effisiente porteføljer.

Risikofri rente er 5 %. Den optimale blandingen av aksjer og obligasjoner, gitt denne risikofrie plasseringen er fordelt hele 73 % aksjer og 27 % obligasjoner ("tangerings-porteføljen").

b) Vis at dette virkelig er tangeringsporteføljen. Hvilken ønskelig egenskap for investor har denne porteføljen, relativt til andre porteføljer på den risikable porteføljefronten?

Enkelte vil hevde at en avkastningskorrelasjon på 0,30 mellom obligasjoner og aksjer er altfor høy. De vil påstå at korrelasjonen har blitt kraftig redusert i de senere år, og at en korrelasjon f.eks. 0 kan være et mer rimelig anslag på den fremtidige, langsiktige korrelasjonen.

c) Hvordan ville dette påvirke allokeringene under spm. a-b). Forklar!

I det norske markedet er representativ allokering for institusjonelle investorer ca 30:70 for aksjer og obligasjoner.

d) Hvilken forventet risikopremie for obligasjoner er implisitt i denne markeds-allokeringen gitt aksjepremien, risikotall og korrelasjonen 0,30 under spm b)? Forklar.

Vend tilbake til tangeringsporteføljen under spm b). En investors risikopreferanser kan uttrykkes ved $U = E[R] - 2{,}5\sigma^2$, hvor $E[R]$ og σ^2 er hhv. forventet avkastning og avkastningsvarians for porteføljen (uttrykt i desimaler).

e) Hva er investors optimale blanding av aksjer, obligasjoner og risikofritt?

f) Hva er sannsynligheten for at årlig avkastning for allokeringen under spm e) vil dekke et årlig uttak på 4,5 %. Anta normal sannsynlighetsfordeling. Gi et grovanslag på sannsynligheten (eller bruk normalfordelingstabellen nedenfor)**. Forklar kort hva du gjør.**

OPPGAVE 2: Fondsforvaltning (max 55 min)

Du får oppgitt følgende historiske data for et aktivt aksjefond og for markedsporteføljen:

	Fond	Markedsporteføljen
Gjennomsnittlig avkastning	11 %	9 %
Avkastningens standardavvik	23 %	16 %
Beta	1,3	1,0

Videre får du oppgitt at den risikofrie renten i observasjonsperioden var gjennomsnittlig 4 %.

a) Evaluer fondets resultater ut fra følgende alternative prestasjonsmål
- Sharpe, og
- Treynor,
gjerne ved bruk av figur(er). Diskuter relevansen av målene.

b) Beskriv også fondets resultater ved de relaterte målene
- M2, og
- Alfa (α),
og gjerne ved bruk av tilsvarende figurer som i spm. a). Diskuter relevansen av, og forskjeller mellom disse målene.

c) Beregn fondets R2 (kvadrert korrelasjon med markedsporteføljen). Kan dette fortelle noe om hvor aktivt fondet har vært i perioden?

'Appraisal ratio' er definert som forholdstallet alfa / residualrisiko = α / $\sigma(\varepsilon)$.

d) Beregn fondets 'appraisal ratio', og diskuter hva dette tallet kan fortelle om fondets resultat i perioden. Hva er betydningen av dette målet i forhold til Treynor-raten som du diskuterte under spm a)?

I praksis er informasjonsraten et langt mer vanlig resultatsmål, dvs differanseavkastning / 'tracking error' = snitt($R - R_M$) / $\sigma(R - R_M)$.

e) Beregn fondets informasjonsrate for perioden, og diskuter betydningen av forskjellen mellom dette tallet og "appraisal ratio' som du vurderte i spm d).

OPPGAVE 3: Diskusjonsoppgaver - Markedseffisiens (max 40 min)

Vær kort og mest mulig konsis i din diskusjon av følgende spørsmål:

(a) Den 7. oktober 2001 hadde The Wall Street Journal følgende overskrift: ”*Top International Fund Puts Just a Few Eggs in Its Basket*”. Poenget i artikkelen var at det internasjonale fondet med den høysete realiserte avkastningen i det foregående kvartal hadde kun 20 aksjer i fondsporteføljen. **Overrasker dette deg? Forventer du at fondet med den beste realiserte avkastningen holder mange aksjer eller bare noen få? Forklar.**

(b) ”*Et selskaps aktiviteter endrer seg ikke betydelig fra dag til dag. Derimot endrer aksjeprisene seg tilfeldig. Denne tilfeldigheten er derfor ensbetydende med irrasjonell prising i aksjemarkedet.*” **Diskuter**.

(c) ”*Selskap A og B er identiske bortsett fra at A har bedre governance struktur enn B. Investering i A gir derfor høyere forventet avkastning enn investeringer i B.*” **Diskuter**.

(d) ”*Selv forskere med religiøs tro på markedseffisiens må medgi at fenomenet ’momentum’, dvs. tendensen for en aksjeprisøkning til å etterfølges av ytterligere økning, er tegn på irrasjonalitet i markedet.*” **Diskuter**.

OPPGAVE 4: Diskusjonsoppgaver: Likevektsmodeller (max 30 min)

(a) **Forklar kort hovedimplikasjonen av den klassiske kapitalverdi-modellen (CAPM). Illustrer argumentasjonen først med ”capital market line” og deretter med ”security market line”.**

(b) **Forklar kort hovedimplikasjonen av Arbitrage Pricing modellen (APT). Kan CAPM og APT gjelde samtidig? Forklar.**

(c) Fama-French finner at en flerfaktormodell, som i tillegg til markedsindeksen også inneholder en ”størrelsesfaktor” og en ”book-to-market” faktor, gir en mye bedre tilpasning til dataene enn den klassiske kapitalverdimodellen. **Gi en definisjon av disse to tilleggsfaktorene. Hvordan er de konstruert? Hva er den økonomiske betydningen av disse faktorene?**

<u>Noen av følgende formler kan være nyttige</u>:

$$w_T = \frac{1}{A} \cdot \frac{e_T}{\sigma_T^{\,2}}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B^{\,2} - \sigma_{AB}}{\sigma_A^{\,2} - \sigma_{AB}}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \cdot \frac{SR_A - \rho_{AB} \cdot SR_B}{SR_B - \rho_{AB} \cdot SR_A}$$

$$\alpha_P = \bar{r}_P - \beta \cdot \bar{r}_M \qquad \mathbf{r_i} \equiv R_i - R_F ; \quad i = P,\ M, B$$

$$\sigma(r_P)^2 = \beta^2 \cdot \sigma(r_M)^2 + \sigma(\varepsilon_P)^2$$

$$\beta_P \equiv \frac{\rho_{P,M} \cdot \sigma_p}{\sigma_M}$$

$$M2_P = \bar{r}_P \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_P} - \bar{r}_M$$
$$= (SR_P - SR_M) \cdot \sigma_M$$

$$IR_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_B}{\sigma(r_P - r_B)}$$

- $\bar{r}_P - \bar{r}_B = (\beta_P - 1) \cdot \bar{r}_B + \alpha_P$
- $\sigma(r_P - r_B)^2 = (\beta_P - 1)^2 \cdot \sigma_B^{\,2} + \sigma^2(\varepsilon_P)$

$$t_{IR} = IR \cdot \sqrt{n}$$

$$E_{geom} = E_{arit} - 0{,}5 \cdot \sigma^2$$

Standardisert normalfordeling (forventning 0, stdavvik 1)

Pr(z) = 1 - Pr(-z)

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500	0,504	0,508	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532	0,536
0,1	0,540	0,544	0,548	0,552	0,556	0,560	0,564	0,567	0,571	0,575
0,2	0,579	0,583	0,587	0,591	0,595	0,599	0,603	0,606	0,610	0,614
0,3	0,618	0,622	0,626	0,629	0,633	0,637	0,641	0,644	0,648	0,652
0,4	0,655	0,659	0,663	0,666	0,670	0,674	0,677	0,681	0,684	0,688
0,5	0,691	0,695	0,698	0,702	0,705	0,709	0,712	0,716	0,719	0,722
0,6	0,726	0,729	0,732	0,736	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755
0,7	0,758	0,761	0,764	0,767	0,770	0,773	0,776	0,779	0,782	0,785
0,8	0,788	0,791	0,794	0,797	0,800	0,802	0,805	0,808	0,811	0,813
0,9	0,816	0,819	0,821	0,824	0,826	0,829	0,831	0,834	0,836	0,839
1,0	0,841	0,844	0,846	0,848	0,851	0,853	0,855	0,858	0,860	0,862
1,1	0,864	0,867	0,869	0,871	0,873	0,875	0,877	0,879	0,881	0,883
1,2	0,885	0,887	0,889	0,891	0,893	0,894	0,896	0,898	0,900	0,901
1,3	0,903	0,905	0,907	0,908	0,910	0,911	0,913	0,915	0,916	0,918
1,4	0,919	0,921	0,922	0,924	0,925	0,926	0,928	0,929	0,931	0,932
1,5	0,933	0,934	0,936	0,937	0,938	0,939	0,941	0,942	0,943	0,944
1,6	0,945	0,946	0,947	0,948	0,949	0,951	0,952	0,953	0,954	0,954
1,7	0,955	0,956	0,957	0,958	0,959	0,960	0,961	0,962	0,962	0,963
1,8	0,964	0,965	0,966	0,966	0,967	0,968	0,969	0,969	0,970	0,971
1,9	0,971	0,972	0,973	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977
2,0	0,977	0,978	0,978	0,979	0,979	0,980	0,980	0,981	0,981	0,982
2,1	0,982	0,983	0,983	0,983	0,984	0,984	0,985	0,985	0,985	0,986
2,2	0,986	0,986	0,987	0,987	0,987	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989
2,3	0,989	0,990	0,990	0,990	0,990	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992
2,4	0,992	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994
2,5	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995
2,6	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996
2,7	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997

Eksamen i

AFA 6 PORTEFØLJESTYRING OG KAPITALMARKEDSTEORI

Fredag 5. desember 2008

Eksamenstid: 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: De generelle + kalkulator
Eksamensoppgaven består av 4 oppgaver over 3 sider. Alle oppgavene skal besvares.
Siste to sider inneholder enkelte formler som kan være nyttige, og normalfordelingen.

OPPGAVE 1: Porteføljeanalyse (max 55 min)

Statens Pensjonsfond Utland (SPU) har en strategisk allokering tilsvarende 60 % aksjer og 40 % obligasjoner (5 % eiendom vil komme på bekostning av obligasjoner). I Stortingsmelding nr. 16 (2007) fra finansdepartementet om forvaltningen av pensjonsfondet i 2007 antyder departementet følgende langsiktige markedssyn:

	Forv. Realavk.	Std.avvik
Aksjer	5,00 %	15,0 %
Obligasjoner	2,70 %	6,0 %
Realrente	2,00 %	
Korrelasjon aksjer:obligasjoner: 0,40		

Alle avkastningstall representerer årlig realavkastning, og uttrykker geometriske gjennomsnitt, dvs. forventet gjennomsnittlig årlig verdivekst.

a) Bestem tilhørende aritmetiske gjennomsnitt for aksjer og obligasjoner, dvs. gjennomsnittlig årlig vekst i forventet verdi. Kan du gi en (kort) intuitiv forklaring på forskjellen mellom de to avkastningsmålene? Hvorfor tror du aritmetiske snitt er relevante ved vurdering av aktivaklassenes Sharperater, mens geometriske snitt kan benyttes ved beregning av sannsynligheter (f.eks. for at en aktivaklasse vil gi høyere avkastning enn en annen)**?**

b) Vurder den strategiske blandingen av aksjer og obligasjoner i lys av disse forventningene.

c) Hvilken aritmetisk og geometrisk realavkastning må man i realiteten forvente at obligasjoner har for å forsvare den valgte allokeringen? Alternativt, hvilken korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner kan forklare denne relative allokeringen? I begge tilfeller bruk alle andre avkastnings- og risikotall. Forklar hva du gjør og kommenter svarene.

(oppgave fortsetter på neste side)

Alle referanseindekser for fondet er globale indekser regnet i lokale valutaer. Obligasjonsindeksen kombinerer stats- og kredittobligasjoner (”investment grade”).

d) Hva synes du om departementets og Norges Banks syn på langsiktig realavkastning og risiko i lys av hva du vet om tilsvarende historiske tall? Hva med størrelsen på langsiktig korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner? Presise/korte svar premieres!

Ut fra handlingsregelen for statens oljeinntekter skal man årlig disponere (maksimalt) 4 % av SPUs forvaltningskapital.

e) Anslå sannsynligheten for at fondets netto realavkastning i et enkelt år, etter forvaltningskostnader på 0,10 %, vil dekke statens forbruk under handlingsregelen. Anta lognormal sannsynlighetsfordeling for avkastningen, dvs at forventet avkastning er lik geometrisk gjennomsnitt. Hvilken betydning har det om vi vurderer sannsynligheten for at gjennomsnittlig realavkastning overstiger uttaket over flere år (når vi ser bort fra vekst i fondets kapital)**?** Gi et grovanslag på sannsynligheten eller bruk normalfordelingstabellen nedenfor.

OPPGAVE 2 ”Performance” evaluering *(max 65 min)*

a) Fondsforvaltere snakker ofte om alfa- og beta-strategier. Hva menes med disse, og hva sier forskningen om den sannsynlige verdien av slike aktive forvaltningstrategier? I forbindelse med de store aktive tapene i Norges Bank Investment Management (NBIM) siden sist sommer har fondets nye sjef hevdet at det i praksis er vanskelig å skille mellom alfa- og beta-avkastning for en aktiv portefølje, og spesielt i ”krisetider”. Hva tror du han tenker på her? (presist og kort)

Du får oppgitt følgende tall for forventet avkastning og risiko for to aktive aksjefond A og B:

	Fond A	**Fond B**
Forventet avkastning (etter honorarer)	10,0 %	12,5 %
Standardavvik (volatilitet)	18,0 %	25,0 %
Markedsbeta	0,75	1,25

Anta videre at risikofri rente vil bli 5 %, og at avkastningen på markedsporteføljen forventes å bli 10 % i gjennomsnitt og ha standardavvik 16 %.

b) Beregn Sharpe- og Treynor-raten, samt M2 og alfa for hvert av de to fondene og for markedsporteføljen. Diskuter tolkningen og betydningen av M2 og alfa, gjerne ved bruk av figurer.

c) Du vurderer å legge ett av de to fondene inn i din investeringsportefølje istedenfor et passivt, indeksert aksjefond (markedsporteføljen). Hvilket fond vil du i så fall velge? Forklar beslutningen og diskuter eventuelle forutsetninger ved ditt valg.

(oppgave fortsetter på neste side)

d) **For hvert av fondene ovenfor, beregn residualrisikoen (σ_ε) og ”Appraisal Ratio” (AR = alfa/residualrisiko). Forklar hva AR kan fortelle om fondene, f.eks. i forhold til din analyse under spørsmålene b-c) over.**

e) **Hvorfor tror du Treynor-raten brukes svært sjelden i praksis ved relativ vurdering av aktive forvaltere, og at man isteden bruker informasjonsraten (IR = aktiv avkastning/aktiv risiko) eller AR?**

Du tror at forvalterne i begge fond er aktive ”stock pickers”, og at de vil holde sine betaverdier konstant lik de oppgitte verdiene i tabellen ovenfor.

f) **Hva kan tenkes å forklare forskjellen i betaverdier mellom fondene?**

g) **For hvert fond, bestem andelen av årlig avkastningsvariasjon (varians) som kan forklares ved variasjonen i markedsporteføljens avkastning** (determinasjonskoeffisienten R2)**. Kan dette fortelle noe om forventet forskjell mellom fondenes aktivitetsnivå?**

OPPGAVE 3: Diskusjonsoppgaver - Forvaltningskostnader (max 30 min)

Anta følgende fondstyper:
(i) Et indeksfond
(ii) Et aktivt aksjefond
(iii) Et hedgefond
(iv) Et private equity fond

Karakteriser den enkelte fondstypen og angi hva disse koster investorene i dag. Gi deretter en økonomisk begrunnelse for hvorfor forvaltningshonorarene i praksis øker fra (i) til (iv). Hvorfor er norske fonds dyrere enn tilsvarende fonds i USA? Gitt de kunnskaper du har ervervet deg i AFA studiet, hvor mye er du maksimalt villig til å betale i forvaltningshonorar – og hvorfor?

OPPGAVE 4: Diskusjonsoppgaver: Likevektsmodeller (max 30 min)

(i) **Anta at den klassiske kapitalverdimodellen (CAPM) gjelder. Du holder en verdipapirportefølje. Hva er det relevante målet på porteføljens totale risiko? Hva er det riktige målet på en aksje’s risiko i porteføljen? Forklar intuisjonen bak begge målene.**

(ii) **CAPM har kun en prisingsfaktor. I praksis benyttes imidlertid prisingsmodeller med flere faktorer. Forklar hvorfor dette gjøres. Betyr denne praksisen at CAPM er ugyldig? Hvorfor eller hvorfor ikke?**

(iii) **Forklar Fama-French faktorene SMB og HML. Hvordan er disse laget? Hvorfor er disse sett på som “risiko”faktorer? Hva er risikopremien på disse over siste tyve år? Hvilke andre prisingsfaktorer mener du kan forklare ytterligere tverrsnitts-variasjonen i forventet aksjeavkastning?**

Noen av følgende formler kan være nyttige:

$$w_T = \frac{1}{A} \cdot \frac{e_T}{\sigma_T^{\ 2}}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B^{\ 2} - \sigma_{AB}}{\sigma_A^{\ 2} - \sigma_{AB}}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \cdot \frac{SR_A - \rho_{AB} \cdot SR_B}{SR_B - \rho_{AB} \cdot SR_A}$$

$$\alpha_P = \bar{r}_P - \beta \cdot \bar{r}_M \qquad \mathbf{r_i} \equiv R_i - R_F\,; \quad i = P,\ M, B$$

$$\sigma(r_P)^2 = \beta^2 \cdot \sigma(r_M)^2 + \sigma(\varepsilon_P)^2$$

$$\beta_P \equiv \frac{\rho_{P,M} \cdot \sigma_p}{\sigma_M}$$

$$R2 \equiv 1 - \frac{\sigma(\varepsilon_P)^2}{\sigma(r_P)^2} = \left(\frac{\beta_P \cdot \sigma_M}{\sigma_P}\right)^2 = (\rho_{P,M})^2$$

$$M2_P = \bar{r}_P \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_P} - \bar{r}_M$$

$$= (SR_P - SR_M) \cdot \sigma_M$$

$$IR_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_B}{\sigma(r_P - r_B)}$$

- $\vec{r}_P - \bar{r}_B = (\beta_P - 1) \cdot \bar{r}_B + \alpha_P$
- $\sigma(r_P - r_B)^2 = (\beta_P - 1)^2 \cdot \sigma_B^{\ 2} + \sigma^2(\varepsilon_P)$

$$t_{IR} = IR \cdot \sqrt{n} \qquad t_{AR} = AR \cdot \sqrt{n}$$

$$E_{geom} = E_{arit} - 0{,}5 \cdot \sigma^2$$

Standardisert normalfordeling (forventning 0, stdavvik 1)

Pr(z) = 1 - Pr(-z)

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500	0,504	0,508	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532	0,536
0,1	0,540	0,544	0,548	0,552	0,556	0,560	0,564	0,567	0,571	0,575
0,2	0,579	0,583	0,587	0,591	0,595	0,599	0,603	0,606	0,610	0,614
0,3	0,618	0,622	0,626	0,629	0,633	0,637	0,641	0,644	0,648	0,652
0,4	0,655	0,659	0,663	0,666	0,670	0,674	0,677	0,681	0,684	0,688
0,5	0,691	0,695	0,698	0,702	0,705	0,709	0,712	0,716	0,719	0,722
0,6	0,726	0,729	0,732	0,736	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755
0,7	0,758	0,761	0,764	0,767	0,770	0,773	0,776	0,779	0,782	0,785
0,8	0,788	0,791	0,794	0,797	0,800	0,802	0,805	0,808	0,811	0,813
0,9	0,816	0,819	0,821	0,824	0,826	0,829	0,831	0,834	0,836	0,839
1,0	0,841	0,844	0,846	0,848	0,851	0,853	0,855	0,858	0,860	0,862
1,1	0,864	0,867	0,869	0,871	0,873	0,875	0,877	0,879	0,881	0,883
1,2	0,885	0,887	0,889	0,891	0,893	0,894	0,896	0,898	0,900	0,901
1,3	0,903	0,905	0,907	0,908	0,910	0,911	0,913	0,915	0,916	0,918
1,4	0,919	0,921	0,922	0,924	0,925	0,926	0,928	0,929	0,931	0,932
1,5	0,933	0,934	0,936	0,937	0,938	0,939	0,941	0,942	0,943	0,944
1,6	0,945	0,946	0,947	0,948	0,949	0,951	0,952	0,953	0,954	0,954
1,7	0,955	0,956	0,957	0,958	0,959	0,960	0,961	0,962	0,962	0,963
1,8	0,964	0,965	0,966	0,966	0,967	0,968	0,969	0,969	0,970	0,971
1,9	0,971	0,972	0,973	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977
2,0	0,977	0,978	0,978	0,979	0,979	0,980	0,980	0,981	0,981	0,982
2,1	0,982	0,983	0,983	0,983	0,984	0,984	0,985	0,985	0,985	0,986
2,2	0,986	0,986	0,987	0,987	0,987	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989
2,3	0,989	0,990	0,990	0,990	0,990	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992
2,4	0,992	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994
2,5	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995
2,6	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996
2,7	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997

Eksamen i

AFA 6 PORTEFØLJESTYRING OG KAPITALMARKEDSTEORI

Fredag 4. desember 2009

Eksamenstid: 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: De generelle + kalkulator
Eksamensoppgaven består av 4 oppgaver over 5 sider. Alle oppgavene skal besvares.
Siste to sider inneholder enkelte formler som kan være nyttige, og normalfordelingen.

Bruk de angitte maks-tidene for å disponere din tid (180 minutter). Disse indikerer også karaktervekter. Korte og presise svar på essay spørsmål premieres!

OPPGAVE 1: Mandat og strategisk allokering (***max 70 min***)

Kriseresultatene for oljefondet i 2008 skapte debatt om organiseringen av og strategien for fondet. Som ekspert ble du invitert til et møte med Fremskrittspartiets stortingsgruppe. Fra partisekretæren mottok du en smørbrødsliste av problemstillinger, bl.a. følgende:

- Organisering: ”Hvorfor ikke bryte opp fondet i flere, konkurrerende enheter?”
- Strategisk allokering: ”Hvorfor skal staten spekulere i aksjer når vi kan plassere pengene i sikre statsobligasjoner? Hvorfor ikke også kjøpe norske aksjer og selskaper, eller investere i norsk infrastruktur?”
- ’Timing’: ”Hvorfor ble ikke fondets aksjer solgt ut før krisen, alle så jo at den ville komme? I stedet kjøpte fondet aksjer i ’bøtter og spann’ gjennom krisen! Hvorfor?”
- ’Stock picking’: ”Ingen kan slå markedet over tid, så hvorfor sløse penger og risiko på dette? Hvorfor ikke overlate det til Spetalen og andre norske forvaltere?”
- Bonuser: ”Blir virkelig forvalterne smartere av premiering? Hvorfor ikke også trekke de i fastlønnen når de har (aktive) tap?”

a) Hvordan ville din momentliste for denne diskusjonen ha sett ut? Du må ikke vurdere alle enkeltpåstander, men du bør trekke mest mulig på teori/empiri som du har tilegnet deg i løpet av kurset. Punktvis og kort. *Max 2 sider.*

I løpet av en (fuktig) kveld med en venninne diskuterer dere hvordan hun bør allokere sine sparemidler mellom (norske) aksjer og obligasjoner. Dere er enige om følgende markedssyn: Risikofri realrente 2,5 %, risikopremier 5 % og 0,6 % (aritmetisk) for henholdsvis aksjer og obligasjoner og risiko henholdsvis 20 % og 5 %. Korrelasjon 0,20 mellom aksjer og obligasjoner.

b) Forklar henne hvordan ”læreboken” kan gi en interessant allokering mellom aksjer og obligasjoner, basert på dette markedssynet. Hva med hennes risiko-aversjon? Forklar. Illustrer med en figur og forklar hvordan en høyrente-plassering i banken (risikofrie alternativet) eventuelt passer inn i dette.

Hun stusser over det betydelige innslaget (55 %) av obligasjoner i allokeringen under spm b, selv om risikopremien er svært lav i forhold til aksjer. Hun har hørt av en amerikansk venn at man i USA typisk holder minst 60 % aksjer.

c) Forklar hvilken forutsetning i læreboksmodellen som gir denne tilsynelatende paradoksale allokeringen mellom aksjer og obligasjoner. Hvilken risikopremie for obligasjoner, og alternativt, korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner, ville ha gitt amerikansk allokering? Forklar!

”Teori og teori! Oljefondet holder jo 60 % aksjer, selv om de - så vidt jeg vet - antar både en lavere risikopremie for aksjer og høyere for obligasjoner (hhv. 4,3 % og 0,8 %), og en høyere korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner (0,4). Har fondet mindre risiko-aversjon, for eksempel pga lengre investeringshorisont, eller bruker man en annen allokeringsmodell?”

d) Hva kan du svare på dette (du vet at fondet har brukt læreboksmodellen)? Forklar i særdeleshet hvordan lengden på investeringshorisonten eventuelt kan/kan ikke ha påvirket fondets strategiske allokering mellom aksjer og obligasjoner.

Din venninne lurer på hva sannsynligheten er for at en portefølje satt sammen av aksjer og obligasjoner som under ditt svar på spm. b (forhåpentligvis 45 % og 55 %) vil slå høyrentealternativet (risikofrie alternativ).

e) Gi et grovanslag på denne sannsynligheten, forutsatt lognormal sannsynlighetsfordeling for porteføljens avkastning. Vurder eksplisitt betydningen av investeringshorisontens lengde, f.eks. sammenlign 1 og 10 års horisont.

OPPGAVE 2: ”Performance” evaluering (*max 40 min*)

Nedenfor får du oppgitt en del avkastnings-, risiko- og nøkkeltall for 10-års perioden 1998 – 2007 for forvaltningen av norske aksjer i Statens Pensjonsfond Norge (SP-N). Estimatene er annualiserte fra månedlige avkastningstall.

(annualiserte tall)	Fondet	Benchmark
I. Meravkastning vs risikofri rente		
Snitt(R-R_F)	8,84 %	7,79 %
σ(R-R_F)	21,63 %	23,08 %
SR	**0,41**	**0,34**
II. Differanseavkastning vs benchmark		
Snitt(R_P-R_{BM})	1,05 %	
σ(R_P-R_{BM})	4,52 %	
IR	**0,23**	
III. Regresjon meravkastning vs benchmark meravkastning		
Beta	0,92	
Alfa	1,68 %	
$\sigma(\varepsilon_P)$	4,13 %	
AR	**0,41**	

a) **Din gode venn, som er journalist i en tabloidavis, er interessert i hva disse tallene egentlig forteller, og da spesielt de tre fetede og skraverte nøkkeltallene. Gi en kort og presis forklaring. Hvilke forutsetninger gjelder for bruk av slike relative nøkkeltall for vurdering av et fonds resultater, og hva er forskjellen i anvendeligheten av disse tre nøkkeltallene? (Kort)**

b) **Han har hørt om begrepet ”Sharperate” (SR), men lurer på hva dette egentlig kan fortelle om kvaliteten på SP-Ns aktive forvaltning (i forhold til om fondet var indeksert/passivt). Beregn et relatert, alternativt mål (M2) som bedre illustrerer kvaliteten på fondets aktive forvaltning. Forklar ved hjelp av en figur, og diskuter forholdet til fondets alfa (nederst i tabellen).**

c) **Han har også hørt om begrepet ”informasjonsrate” (IR), men ikke om det siste nøkkeltallet AR (”Appraisal ratio”). Ved hjelp av en figur forklar forskjellen mellom disse to tallene.**

d) **Hvor sikre kan vi være – basert på disse tallene - at fondets aktive aksjeforvaltere bør premies for ekstraordinære resultater?**

OPPGAVE 3: Informasjon og markedseffisiens (*max 40 min*)

a) **Gi en mest mulig presis definisjon på begrepet markedseffisiens.**

b) ”Dersom markedet er perfekt effisient, vil ingen investorer ha insentiv til å investere i informasjonsproduksjon. Men hvis ingen investerer i informasjons-produksjon, kan ikke markedet være effisient.” **Forklar hvorvidt dette paradokset er forenlig med din definisjon på markedseffisiens under (a).**

c) **Kommenter følgende påstand: ”Det faktum at noen investorer (som f.eks. Warren Buffet) tilsynelatende slår markedet, bekrefter at aksjemarkedene ikke er effisiente”.**

d) ”Det eksisterer klare sesongsvingninger i prisen på epler (sommer versus vinter). Siden dette betyr at man kan predikere prisen på epler basert på offentlig tilgjengelig informasjon, kan ikke epleprisen være effisient.” **Er du enig? Forklar.**

e) Siden en lov som forbyr innsidehandel reduserer informasjonsproduksjonen (innsidere velger ikke å handle basert på egen privat informasjon), er loven kostbar for samfunnet. **Hva er etter din oppfatning lovens fordel? Mener du denne fordelen mer enn oppveier kostnaden? Hvorfor / hvorfor ikke?**

OPPGAVE 4: Likevektsmodeller og anvendelser (*max. 30 min*)

Hovedårsaken til at vi utvikler prisingsmodeller for risikable aktiva (kapitalverdi-modeller) er å fremskaffe et konsistent mål på et aktivums ”risiko”. Uten en prisingsmodell er det naturlig å tenke seg risikomål som avkastningens varians eller kanskje først og fremst sannsynligheten for tap (”downside risk”).

a) **Forklar (<u>kort</u>) hvorfor kapitalverdimodeller du kjenner impliserer risikomål som er forskjellig fra varians og downside risk. Gi eksempler på slike risikomål og forklar intuitivt hvorfor disse er fornuftige.**

Anta at følgende faktormodell gjelder: E(R)-RF = beta*[E(F)-RF], hvor E(R) er forventet avkastning på et verdipapir, RF er risikofri rente, E(F) er forventet verdi på risikofaktoren F, og beta er faktorsensitiviteten. Dvs. på et gitt tidspunkt er tverrsnittsvariasjonen i forventet avkastning på aksjer proporsjonal med faktorens forventede risikopremie.
Anta nå at F er gitt ved en makroøkonomisk størrelse som f.eks. brutto nasjonalproduktet pr. innbygger. Videre, du får oppgitt en aksjes beta og ønsker å bruke modellen til å estimere aksjens forventede avkastning. Dette krever et estimat på E(F), som er vanskelig å oppdrive.

b) **Forklar kort hvordan du kan bruke den observerbare avkastningen på en aksjeportefølje til å representere (”mimic”) E(F). Vær mest mulig eksplisitt.**

c) **Forklar hva som menes med ”verdipremien” i aksjemarkedet og hvordan denne kan forstås som en risikopremie, dvs. hvilken type risiko kan verdi-premien tenkes å kompensere for? Forklar hvorfor det også kan tenkes å eksistere visse psykologiske (”behavioral”) årsaker til eksistensen av en verdi-premie. I hvilken grad mener du konkurransen mellom investorer ikke er tilstrekkelig til å eliminere slike psykologiske tendenser?**

Nyttige formler ?

$$w_T = \frac{1}{A} \cdot \frac{e_T}{\sigma_T^{\ 2}}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B^{\ 2} - \sigma_{AB}}{\sigma_A^{\ 2} - \sigma_{AB}}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \cdot \frac{SR_A - \rho_{AB} \cdot SR_B}{SR_B - \rho_{AB} \cdot SR_A}$$

$$\alpha_P = \bar{r}_P - \beta \cdot \bar{r}_M \qquad \mathbf{r_i} \equiv R_i - R_F; \quad i = P,\ M,\ B$$

$$\sigma(r_P)^2 = \beta^2 \cdot \sigma(r_M)^2 + \sigma(\varepsilon_P)^2$$

$$\beta_P \equiv \frac{\rho_{P,M} \cdot \sigma_p}{\sigma_M}$$

$$R2 \equiv 1 - \frac{\sigma(\varepsilon_p)^2}{\sigma(r_p)^2} = \left(\frac{\beta_P \cdot \sigma_M}{\sigma_P}\right)^2 = (\rho_{P,M})^2$$

$$M2_P = \bar{r}_P \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_P} - \bar{r}_M = (SR_P - SR_M) \cdot \sigma_M$$

$$IR_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_B}{\sigma(r_P - r_B)}$$

- $\vec{r}_P - \bar{r}_B = (\beta_P - 1) \cdot \bar{r}_B + \alpha_P$
- $\sigma(r_P - r_B)^2 = (\beta_P - 1)^2 \cdot \sigma_B^{\ 2} + \sigma^2(\varepsilon_P)$

$$t_{IR} = IR \cdot \sqrt{n} \qquad t_{AR} = AR \cdot \sqrt{n}$$

$$E_{geom} = E_{arit} - 0{,}5 \cdot \sigma^2$$

Standardisert normalfordeling (forventning 0, stdavvik 1)

Pr(z) = 1 - Pr(-z)

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500	0,504	0,508	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532	0,536
0,1	0,540	0,544	0,548	0,552	0,556	0,560	0,564	0,567	0,571	0,575
0,2	0,579	0,583	0,587	0,591	0,595	0,599	0,603	0,606	0,610	0,614
0,3	0,618	0,622	0,626	0,629	0,633	0,637	0,641	0,644	0,648	0,652
0,4	0,655	0,659	0,663	0,666	0,670	0,674	0,677	0,681	0,684	0,688
0,5	0,691	0,695	0,698	0,702	0,705	0,709	0,712	0,716	0,719	0,722
0,6	0,726	0,729	0,732	0,736	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755
0,7	0,758	0,761	0,764	0,767	0,770	0,773	0,776	0,779	0,782	0,785
0,8	0,788	0,791	0,794	0,797	0,800	0,802	0,805	0,808	0,811	0,813
0,9	0,816	0,819	0,821	0,824	0,826	0,829	0,831	0,834	0,836	0,839
1,0	0,841	0,844	0,846	0,848	0,851	0,853	0,855	0,858	0,860	0,862
1,1	0,864	0,867	0,869	0,871	0,873	0,875	0,877	0,879	0,881	0,883
1,2	0,885	0,887	0,889	0,891	0,893	0,894	0,896	0,898	0,900	0,901
1,3	0,903	0,905	0,907	0,908	0,910	0,911	0,913	0,915	0,916	0,918
1,4	0,919	0,921	0,922	0,924	0,925	0,926	0,928	0,929	0,931	0,932
1,5	0,933	0,934	0,936	0,937	0,938	0,939	0,941	0,942	0,943	0,944
1,6	0,945	0,946	0,947	0,948	0,949	0,951	0,952	0,953	0,954	0,954
1,7	0,955	0,956	0,957	0,958	0,959	0,960	0,961	0,962	0,962	0,963
1,8	0,964	0,965	0,966	0,966	0,967	0,968	0,969	0,969	0,970	0,971
1,9	0,971	0,972	0,973	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977
2,0	0,977	0,978	0,978	0,979	0,979	0,980	0,980	0,981	0,981	0,982
2,1	0,982	0,983	0,983	0,983	0,984	0,984	0,985	0,985	0,985	0,986
2,2	0,986	0,986	0,987	0,987	0,987	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989
2,3	0,989	0,990	0,990	0,990	0,990	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992
2,4	0,992	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994
2,5	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995
2,6	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996
2,7	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997

Eksamen i

AFA 6 PORTEFØLJESTYRING OG KAPITALMARKEDSTEORI

Fredag 10. desember 2010

Eksamenstid: **09.00 – 12.00**
Hjelpemidler: **De generelle + kalkulator**

Eksamensoppgaven består av 5 oppgaver over 3 sider. Alle oppgavene skal besvares. Siste to sider inneholder enkelte formler som kan være nyttige, og normalfordelingen.

Bruk de angitte maks-tidene for å disponere din tid (180 minutter). Disse indikerer også karaktervekter. Korte og presise svar på essay spørsmål premieres!

OPPGAVE 1: Strategisk allokering (***max 50 min***)

En stiftelse har følgende benchmark-portefølje, med tilhørende forventet langsiktig realavkastning og risiko for aktivaklassene.

Aktivaklasse	**Andel**	**Avkastning**	**Std.avvik**
Pengemarked	0,10	2,5 %	-
Obligasjoner	0,55	3,0 %	4 %
Aksjer	0,35	7,0 %	16 %

Aksjer og obligasjoner er antatt å ha en korrelasjon på 0,25.

a) **Vurder innbyrdes blanding av aksjer og obligasjoner i lys av de oppgitte langsiktige forventningene.**

b) **Hvilken forventet realavkastning må obligasjoner ha for å forsvare den strategiske allokeringen (gitt de andre tallene i tabellen)? Hvilken betydning har antatt korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner? Forklar.**

Stiftelsen forventer årlige utbetalinger tilsvarende 3,5 % av fondsverdien (inkludert forvaltnings- og administrasjonskostnader).

c) **Anslå sannsynligheten for at fondets realavkastning i et enkelt år vil dekke uttaket på 3,5 %. Hva er sannsynligheten for at gjennomsnittlig avkastning overstiger uttaket over 9 år?** Anta lognormal sannsynlighetsfordeling. Gi et grovanslag på sannsynligheten, og/eller bruk normalfordelingstabellen nedenfor.

d) **Hva er nødvendig bufferkapital (disponibel egenkapital) for at fondets forventede realavkastning i et enkelt år vil dekke 3,5 % uttak med 95 % sannsynlighet (1,65 standardavvik)?** Dvs at det er kun 5 % sannsynlighet for at fondet vil trenge ytterligere innskudd i løpet av et år?

OPPGAVE 2: "Performance" evaluering (*max 35 min*)

Du får oppgitt følgende data for fondet A og for markedsporteføljen:

	Fond A	Markedsporteføljen
Gjennomsnittlig avkastning	9%	7%
Avkastningens standardavvik	20%	16%
Beta	1,2	1,00

Videre får du oppgitt at risikofri rente i utvalgsperioden var 3%.

a) **Evaluer fondets resultater ut fra følgende alternative prestasjonsmål**
- Sharpe, og
- Treynor,
gjerne ved bruk av figur(er). Diskuter (kort) relevansen av målene.

b) **Beskriv også fondets resultater ved de relaterte målene**
- M^2
- Alfa,
og gjerne ved bruk av samme figur(er) som i spm. b. Diskuter relevans av, og forskjeller mellom målene.

OPPGAVE 3: Informasjonsraten (*max 25 min*)

En aksjeforvalter har målt sin årlige informasjonsrate (IR) til 0,4 med en "tracking error" på 5% (annualisert standardavvik for diff.avkastningen mot benchmark). Porteføljens betaverdi har vært stabilt lik 0,9 i forhold til benchmark. Benchmark har hatt en meravkastning på 4% i forhold til risikofritt, og en risiko på 16%. Alle tall er annualiserte, og bygger på 60 månedlige avkastningstall.

a) **Vurder signikansnivået for forvalters IR med en enkel t-test. Diskuter kort betydningen av annualiseringen av alle tall: hva om man isteden hadde benyttet f.eks. månedstall?**

b) **Diskuter (kort) betydningen av porteføljens betaverdi for den målte IR.**

OPPGAVE 4: Markedseffisiens (*max 35 min*)
Korte og presise svar premieres

a) **Gi en mest mulig presis definisjon på begrepet markedseffisiens. Hvordan kan teorien om markedseffisiens testes empirisk? Gi en alternative teori til markedseffisiens. Hvordan kan denne alternative teorien testes empirisk? Etter din oppfatning, hvilken teori er mest "realistisk' ifølge det du kjenner til av empiri – markedseffisiens eller din alternative teori?**

b) Det er et velkjent empirisk fenomen at forventet avkastning på en portefølje av lav pris-til-bok aksjer er systematisk høyere enn den forventede avkastningen som predikeres v.h.a. den klassiske kapitalverdimodellen. **Betyr dette at aksjemarkedet ikke er effisient? Forklar.**

c) **Diskuter størrelsen på de faktiske kostnadene ved hhv aktivt og passivt forvaltede fonds. Hvorfor er kostnadene større i norske fonds enn i USA? Anta at du holder en verdivektet portefølje av alle (aktive og passive) fond. Gi et estimat på hvor mye din avkastning vil endre seg dersom du endrer porteføljen til kun å holde passive fond. Forklar logikken i estimatet ditt.**

OPPGAVE 5: Kapitalverdimodeller (*max. 35 min*)
Korte og presise svar premieres

a) Anta at følgende faktor-modell gjelder: E(R) – RF = beta*[E(F) - RF], hvor E(R) er forventet avkastning på et verdipapir, RF er risikofri rente, E(F) er forventet verdi på risikofaktoren F og "beta" er faktor-sensitiviteten. Denne modellen sier mao at på et gitt tidspunkt så forklares forskjeller i aksjers' forventede avkastning som forskjeller i aksjenes eksponering mot markedets risikopremie. **Forklar intuisjonen bak denne modellen, med spesiell vekt på definisjonen av risiko i modellen.**

b) **Forklar hvordan du vil gå frem for å teste modellen under spm a). Hva er modellens viktigste empiriske prediksjoner? Hva sier forskningsempiri om disse prediksjonene?**

c) **Gi eksempler på risikofaktorer som forskningen har påvist kan være "priset". For hver av disse faktorene, forklar intuitivt hvorfor faktoren kan (elle bør) ansees som en risikofaktor.**

Nyttige formler ?

$$w_T = \frac{1}{A} \cdot \frac{e_T}{\sigma_T{}^2}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B{}^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A{}^2 - \sigma_{AB}}$$

$$\frac{w_A}{w_B} = \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \cdot \frac{SR_A - \rho_{AB} \cdot SR_B}{SR_B - \rho_{AB} \cdot SR_A}$$

$$\alpha_P = \bar{r}_P - \beta \cdot \bar{r}_M$$

$$\mathbf{r_i} \equiv R_i - R_F ; \quad i = P, M, B$$

$$\sigma(r_P)^2 = \beta^2 \cdot \sigma(r_M)^2 + \sigma(\varepsilon_P)^2$$

$$\beta_P \equiv \frac{\rho_{P,M} \cdot \sigma_p}{\sigma_M}$$

$$R2 \equiv 1 - \frac{\sigma(\varepsilon_p)^2}{\sigma(r_p)^2} = \left(\frac{\beta_P \cdot \sigma_M}{\sigma_P}\right)^2 = (\rho_{P,M})^2$$

$$M2_P = \bar{r}_P \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_P} - \bar{r}_M = (SR_P - SR_M) \cdot \sigma_M$$

$$IR_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_B}{\sigma(r_P - r_B)}$$

- $\vec{r}_P - \bar{r}_B = (\beta_P - 1) \cdot \bar{r}_B + \alpha_P$
- $\sigma(r_P - r_B)^2 = (\beta_P - 1)^2 \cdot \sigma_B{}^2 + \sigma^2(\varepsilon_P)$

$$t_{IR} = IR \cdot \sqrt{n} \qquad t_{AR} = AR \cdot \sqrt{n}$$

$$E_{geom} = E_{arit} - 0{,}5 \cdot \sigma^2$$

Standardisert normalfordeling (forventning 0, stdavvik 1)

Pr(z) = 1 - Pr(-z)

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500	0,504	0,508	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532	0,536
0,1	0,540	0,544	0,548	0,552	0,556	0,560	0,564	0,567	0,571	0,575
0,2	0,579	0,583	0,587	0,591	0,595	0,599	0,603	0,606	0,610	0,614
0,3	0,618	0,622	0,626	0,629	0,633	0,637	0,641	0,644	0,648	0,652
0,4	0,655	0,659	0,663	0,666	0,670	0,674	0,677	0,681	0,684	0,688
0,5	0,691	0,695	0,698	0,702	0,705	0,709	0,712	0,716	0,719	0,722
0,6	0,726	0,729	0,732	0,736	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755
0,7	0,758	0,761	0,764	0,767	0,770	0,773	0,776	0,779	0,782	0,785
0,8	0,788	0,791	0,794	0,797	0,800	0,802	0,805	0,808	0,811	0,813
0,9	0,816	0,819	0,821	0,824	0,826	0,829	0,831	0,834	0,836	0,839
1,0	0,841	0,844	0,846	0,848	0,851	0,853	0,855	0,858	0,860	0,862
1,1	0,864	0,867	0,869	0,871	0,873	0,875	0,877	0,879	0,881	0,883
1,2	0,885	0,887	0,889	0,891	0,893	0,894	0,896	0,898	0,900	0,901
1,3	0,903	0,905	0,907	0,908	0,910	0,911	0,913	0,915	0,916	0,918
1,4	0,919	0,921	0,922	0,924	0,925	0,926	0,928	0,929	0,931	0,932
1,5	0,933	0,934	0,936	0,937	0,938	0,939	0,941	0,942	0,943	0,944
1,6	0,945	0,946	0,947	0,948	0,949	0,951	0,952	0,953	0,954	0,954
1,7	0,955	0,956	0,957	0,958	0,959	0,960	0,961	0,962	0,962	0,963
1,8	0,964	0,965	0,966	0,966	0,967	0,968	0,969	0,969	0,970	0,971
1,9	0,971	0,972	0,973	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977
2,0	0,977	0,978	0,978	0,979	0,979	0,980	0,980	0,981	0,981	0,982
2,1	0,982	0,983	0,983	0,983	0,984	0,984	0,985	0,985	0,985	0,986
2,2	0,986	0,986	0,987	0,987	0,987	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989
2,3	0,989	0,990	0,990	0,990	0,990	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992
2,4	0,992	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994
2,5	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995
2,6	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996
2,7	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997